

Exempel 2 - Ytans stighastighet ...

Cylinder med varierande radie:

En flaska med cirkulärt tvärsnitt och varierande radie fylls på med konstanta volymsflödet $16.5 \text{ cm}^3/\text{s}$.

Beroende på diametern kommer vätskeytan att stiga olika fort. Med vilken hastighet stiger ytan i flaskan vid en höjd där diametern är

- a) 6.3 cm ?
- b) 1.35 cm ?



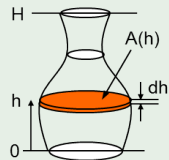
Exempel 2 - Ytans stighastighet ...

Volymen av en cylinder med varierande radie:

Vi tänker oss cylindern uppskivad i cirkelskivor med radie r , tjocklek dh , area $A = \pi r^2$.

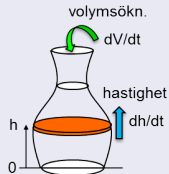
Varje sådan skiva har volymen $dV = A \cdot dh$.

$$\left(\Rightarrow V = \int_0^H A(h) \cdot dh \right)$$



Volymsändring per tidsenhet blir

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \cdot \frac{dh}{dt} = A \cdot \frac{dh}{dt} = \pi r^2 \cdot \frac{dh}{dt}$$



Exempel 2 - Ytans stighastighet ...

Med konstant $dV/dt = 16.5 \text{ cm}^3/\text{s}$ fås

a) med $r_a = d_a/2 = 6.3/2 = 3.15 \text{ cm}$:

$$\frac{dh_a}{dt} = \frac{dV/dt}{\pi r_a^2} = \frac{16.5}{\pi \cdot 3.15^2} = 0.529 \text{ cm/s}$$

b) och med $r_b = d_b/2 = 1.35/2 = 0.675 \text{ cm}$:

$$\frac{dh_b}{dt} = \frac{dV/dt}{\pi r_b^2} = \frac{16.5}{\pi \cdot 0.675^2} = 11.5 \text{ cm/s}$$